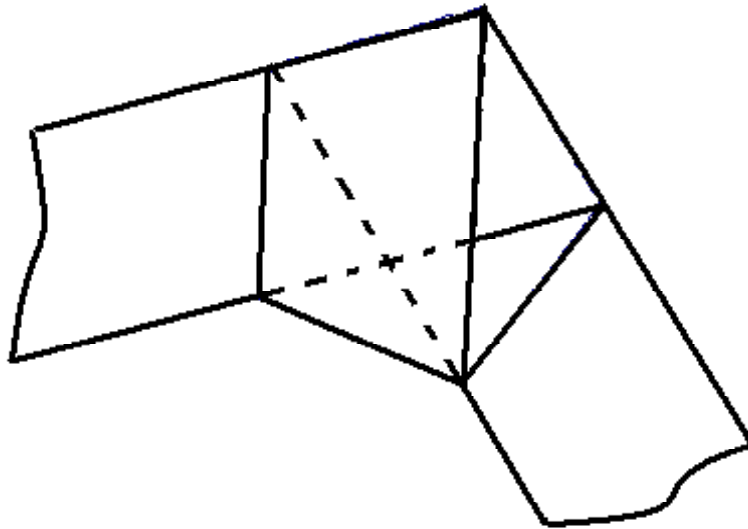


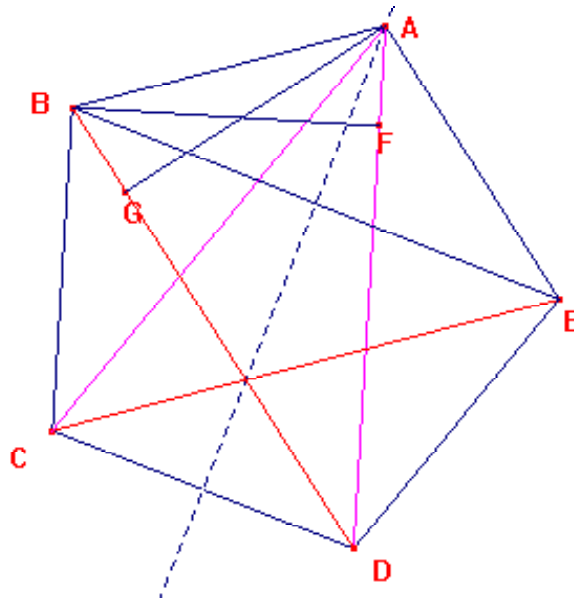
1. Construcción de un pentágono regular con plegado de papel

Si toma una banda de papel rectangular y se la anuda, como lo indica la figura se obtendrá un pentágono. El propósito de esta sección es mostrar que este pentágono es regular.



Primeramente dibujemos en el pentágono la mediatriz del segmento \overline{CD} recta

punteada que es un eje de simetría



Esta simetría es evidente de la forma en que se ha doblado el papel. Observe que se realizó los mismos movimientos para doblar el papel para la izquierda que para la derecha. Por esta simetría se ve que los segmentos \overline{EC} y \overline{BD} son congruentes, y también \overline{AC} y \overline{AD} .

En el dibujo anterior se han trazado los segmentos \overline{BF} y \overline{AG} perpendiculares a los segmentos \overline{AD} y \overline{BD} respectivamente. Estos segmentos son congruentes pues su longitud es la distancia entre los bordes de la banda. Con esto se prueba que los triángulos BFD y AGD son congruentes. (Por el criterio ALA). Luego \overline{AD} y \overline{BD} son congruentes.

Mostraremos que el pentágono $ABCDE$ es simétrico con respecto a la mediatriz m del segmento \overline{AB} . Como ADB es isosceles, la bisectriz del ángulo en A está contenida en la mediatriz del segmento \overline{AB} . Por esto, A es el simétrico del B , con respecto a m , y D es el simétrico de si mismo. Por otro lado, como la recta \overleftrightarrow{CE} es paralela al segmento \overline{AB} , la recta \overleftrightarrow{CE} es perpendicular a m . \widehat{CBD} , \widehat{BDA} y \widehat{DAE} son ángulos congruentes pues las rectas \overleftrightarrow{BC} y \overleftrightarrow{AD} son paralelas y también \overleftrightarrow{BD} y \overleftrightarrow{AE} son paralelas. Por esto las semirectas \overrightarrow{BC} y \overrightarrow{AE} son simétricas con respecto a m . De los hechos que \overleftrightarrow{CE} es estable con respecto a la simetría con respecto a m y las semirectas \overrightarrow{BC} y \overrightarrow{AE} son simétricas con respecto a m , se deduce que C y E

son simétricos con respecto a m . Por lo tanto el pentágono $ABCDE$ es simétrico con respecto a m .

En resumen, el pentágono $ABCDE$ es simétrico con respecto a la mediatriz m y con respecto a la mediatriz del segmento \overline{CD} . Entonces, el pentágono $ABCDE$ será estable con respecto a la composición de estas simetrías, esto es, será estable con respecto a la rotación de centro O , intersección de los ejes de simetría. Inmediatamente, todos los lados del pentágono $ABCDE$ serán congruentes y dicho pentágono estará inscrito en una circunferencia de centro O y de radio, por ejemplo \overline{OA} . Con esto queda claro que el pentágono $ABCDE$ es regular.